Aceptadores finitos no deteministas

José de Jesús Lavalle Martínez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Lenguajes Formales y Autómatas CCOS 014

Contenido

Motivación

- Si examina los autómatas que hemos visto hasta ahora, notará una característica común: se define una transición única para cada estado y cada símbolo de entrada.

Motivación

- En la definición formal, esto se expresa diciendo que δ es una función total.

Motivación

- Esta es la razón por la que llamamos deterministas a estos autómatas.

Motivación

- Ahora complicamos las cosas dando algunas opciones de autómatas en algunas situaciones en las que es posible más de una transición.

Motivación

- A estos autómatas los llamaremos no deterministas.

Motivación

- El no determinismo es, a primera vista, una idea inusual.

Motivación

- Las computadoras son máquinas deterministas y el elemento de elección parece fuera de lugar.

Motivación

- No obstante, el no determinismo es un concepto útil, como veremos.

Definición de un nfa

- El no determinismo significa una elección de movimientos para un autómata.

Definición de un nfa

- En lugar de prescribir un movimiento único en cada situación, permitimos un conjunto de movimientos posibles.

Definición de un nfa

- Formalmente, logramos esto definiendo la función de transición para que su rango sea un conjunto de estados posibles.

Definición de un nfa

Definición 1

Un **aceptador finito no determinista** o **nfa** se define por el quintuple

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F),$$

donde Q, Σ, q_0, F se definen como para los aceptadores finitos deterministas, pero

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \to 2^Q.$$

Funcionamiento de un nfa I

- Tenga en cuenta que existen tres diferencias principales entre esta definición y la definición de un dfa.

Funcionamiento de un nfa I

- En un aceptador no determinista, el rango de δ es el conjunto potencia 2^Q, por lo que su valor no es un solo elemento de Q, sino un subconjunto de él.

Funcionamiento de un nfa I

- Este subconjunto define el conjunto de todos los estados posibles que puede alcanzar la transición.

Funcionamiento de un nfa I

- Si, por ejemplo, el estado actual es q_1, se lee el símbolo a, y

$$\delta(q_1, a) = \{q_0, q_2\},$$

entonces q_0 o q_2 podrían ser el siguiente estado del nfa.

Funcionamiento de un nfa I

- Además, permitimos λ como segundo argumento de δ.

Funcionamiento de un nfa I

- Esto significa que el nfa puede hacer una transición sin consumir un símbolo de entrada.

Funcionamiento de un nfa II

- Aunque todavía asumimos que el mecanismo de entrada solo puede viajar hacia la derecha, es posible que esté estacionario en algunos movimientos.

Funcionamiento de un nfa II

- Finalmente, en un nfa, el conjunto $\delta(q_i, a)$ puede estar vacío, lo que significa que no hay una transición definida para esta situación específica.

Funcionamiento de un nfa II

- Al igual que los dfa, los aceptadores no deterministas se pueden representar mediante grafos de transición.

Funcionamiento de un nfa II

- Los vértices están determinados por Q, mientras que una arista (q_i, q_j) con la etiqueta a está en el grafo si y sólo si $q_j \in \delta(q_i, a)$.

Funcionamiento de un nfa II

- Tenga en cuenta que dado que a puede ser la cadena vacía, puede haber algunas aristas etiquetadas con λ.

Funcionamiento de un nfa III

- Una cadena es aceptada por un nfa si hay alguna secuencia de posibles movimientos que pondrán la máquina en un estado final cuando se haya leído toda la cadena.

Funcionamiento de un nfa III

- Una cadena se rechaza (es decir, no se acepta) sólo si no hay una secuencia posible de movimientos mediante la cual se pueda alcanzar un estado final.

Funcionamiento de un nfa III

- Por lo tanto, se puede considerar que el no determinismo implica una percepción "intuitiva" mediante la cual se puede elegir el mejor movimiento en cada estado (asumiendo que el nfa quiere aceptar cada cadena).

Ejemplo 1

Considere el grafo de transición de la Figura 1. Describe un aceptador no determinista ya que hay dos transiciones etiquetadas como a que salen de q_0.

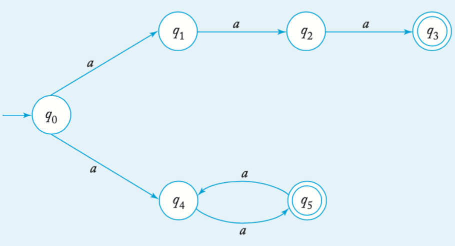


Figura 1: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 1.

□

Ejemplo 2 I

Ejemplo 2

- En la Figura 2 se muestra un autómata no determinista.

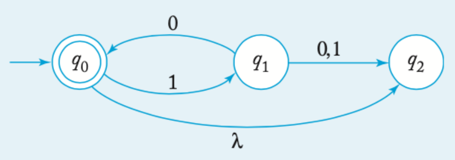


Figura 2: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 2.

□

Ejemplo 2 I

Ejemplo 2

- No es determinista no sólo porque varias aristas con la misma etiqueta se originan en un vértice, sino también porque tiene una transición λ.

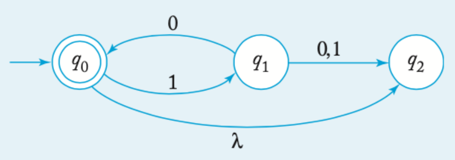


Figura 2: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 2.

□

Ejemplo 2 I

Ejemplo 2

- Algunas transiciones, como $\delta(q_2, 0)$, no están especificadas en el grafo.

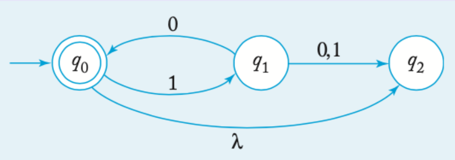


Figura 2: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 2.

□

Ejemplo 2 I

Ejemplo 2

- Esto debe interpretarse como una transición al conjunto vacío, es decir, $\delta(q_2, 0) = \emptyset$.

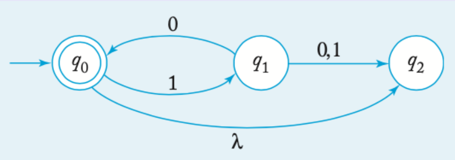
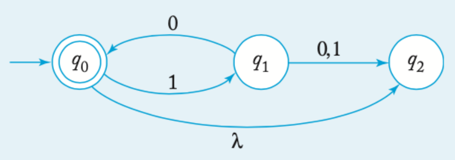


Figura 2: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 2.

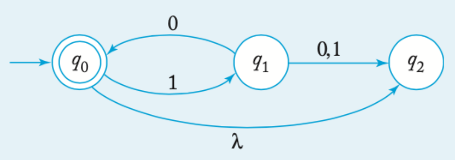
□

Ejemplo 2 II



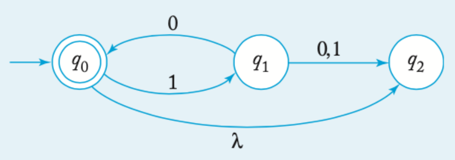
- El autómata acepta las cadenas $\lambda, 1010$ y 101010, pero no 110 ni 10100.

Ejemplo 2 II



- Tenga en cuenta que para 10 hay dos caminos alternativos, uno que conduce a q_0 y el otro a q_2.

Ejemplo 2 II



- Aunque q_2 no es un estado final, la cadena se acepta porque hay un camino que conduce a un estado final.

Definición informal de δ^* I

- Nuevamente, la función de transición se puede extender para que su segundo argumento sea una cadena.

Definición informal de δ^* I

- Requerimos de la función de transición extendida δ^* que si

$$\delta^*(q_i, w) = Q_j,$$

entonces Q_j es el conjunto de todos los estados posibles en los que puede estar el autómata, habiendo comenzado en el estado q_i y habiendo leído w.

Definición informal de δ^* I

- Una definición recursiva de δ^*, análoga a la de un dfa, es posible, pero no particularmente esclarecedora.

Definición informal de δ^* I

- Se puede hacer una definición más fácil de apreciar a través de grafos de transición.

Definición informal de δ^* II

Definición 2

Para un nfa, la función de transición extendida se define de modo que $\delta^*(q_i, w)$ contenga q_j si y sólo si hay una camino en el grafo de transición de q_i a q_j etiquetado w. Esto es válido para todo $q_i, q_j \in Q$ y $w \in \Sigma^*$.

Ejemplo 3 I

Ejemplo 3

La Figura 3 representa una nfa. Tiene varias transiciones λ y algunas transiciones indefinidas como $\delta(q_1, a)$ y $\delta(q_2, a)$.

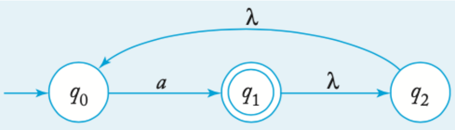


Figura 3: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 3.

Ejemplo 3 I

Ejemplo 3

La Figura 3 representa una nfa. Tiene varias transiciones λ y algunas transiciones indefinidas como $\delta(q_1, a)$ y $\delta(q_2, a)$.

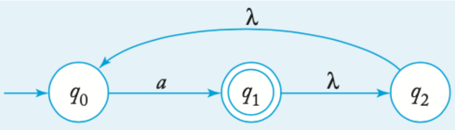


Figura 3: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 3.

- Suponga que queremos encontrar $\delta^*(q_1, a)$ y $\delta^*(q_2, \lambda)$.

Ejemplo 3

La Figura 3 representa una nfa. Tiene varias transiciones λ y algunas transiciones indefinidas como $\delta(q_1, a)$ y $\delta(q_2, a)$.

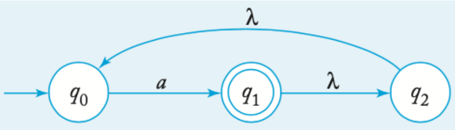


Figura 3: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 3.

- Hay un camino etiquetado a que involucra dos transiciones λ de q_1 a sí mismo.

Ejemplo 3 I

Ejemplo 3

La Figura 3 representa una nfa. Tiene varias transiciones λ y algunas transiciones indefinidas como $\delta(q_1, a)$ y $\delta(q_2, a)$.

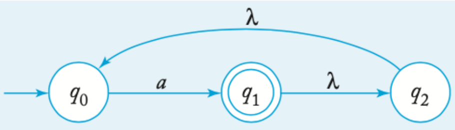


Figura 3: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 3.

- Al usar algunos de las aristas λ dos veces, vemos que también hay caminos que involucran transiciones λ a q_0 y q_2.

Ejemplo 3

La Figura 3 representa una nfa. Tiene varias transiciones λ y algunas transiciones indefinidas como $\delta(q_1, a)$ y $\delta(q_2, a)$.

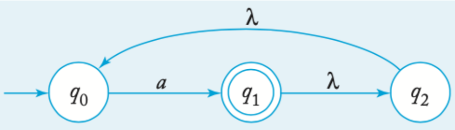
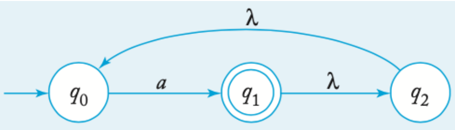


Figura 3: Grafo que representa al autómata del Ejemplo 3.

- Así,

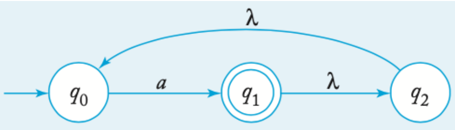
$$\delta^*(q_1, a) = \{q_0, q_1, q_2\}.$$

Ejemplo 3 II



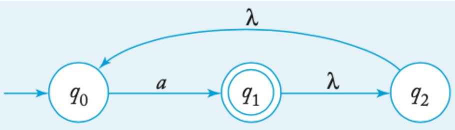
- Dado que hay un arista λ entre q_2 y q_0, tenemos inmediatamente que $\delta^*(q_2, \lambda)$ contiene a q_0.

Ejemplo 3 II



- Dado que hay un arista λ entre q_2 y q_0, tenemos inmediatamente que $\delta^*(q_2, \lambda)$ contiene a q_0.
- Además, dado que se puede llegar a cualquier estado desde sí mismo sin hacer ningún movimiento y, en consecuencia, sin utilizar ningún símbolo de entrada, $\delta^*(q_2, \lambda)$ también contiene q_2.

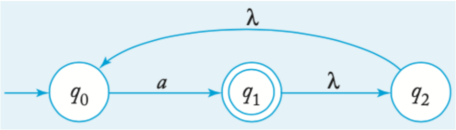
Ejemplo 3 II



- Dado que hay un arista λ entre q_2 y q_0, tenemos inmediatamente que $\delta^*(q_2, \lambda)$ contiene a q_0.
- Además, dado que se puede llegar a cualquier estado desde sí mismo sin hacer ningún movimiento y, en consecuencia, sin utilizar ningún símbolo de entrada, $\delta^*(q_2, \lambda)$ también contiene q_2.
- Por lo tanto,

$$\delta^*(q_2, \lambda) = \{q_0, q_2\}.$$

Ejemplo 3 II



- Dado que hay un arista λ entre q_2 y q_0, tenemos inmediatamente que $\delta^*(q_2, \lambda)$ contiene a q_0.
- Además, dado que se puede llegar a cualquier estado desde sí mismo sin hacer ningún movimiento y, en consecuencia, sin utilizar ningún símbolo de entrada, $\delta^*(q_2, \lambda)$ también contiene q_2.
- Por lo tanto,

$$\delta^*(q_2, \lambda) = \{q_0, q_2\}.$$

- Usando tantas transiciones λ como sea necesario, también puede verificar que

$$\delta^*(q_2, aa) = \{q_0, q_1, q_2\}.$$

Hacia una formalización de δ^*

- Como vemos la Definición 2 dice lo que δ^* debe hacer, pero no dice cómo realizarlo.

Hacia una formalización de δ^*

- Es decir, tenemos que desarrollar una definición formal para δ^*, para esto debemos notar que cuando un nfa tiene transiciones λ debemos tomar en cuenta que la cadena $w = a_1 a_2 \cdots a_n$ la tenemos que procesar como $w = \lambda a_1 \lambda a_2 \lambda \cdots \lambda a_n \lambda$.

Hacia una formalización de δ^*

- De la misma manera no podemos conformarnos con declaraciones como las del Ejemplo 3 donde se menciona "Usando tantas transiciones λ como sea necesario ...".

Hacia una formalización de δ^*

- Por ello tenemos que definir una forma precisa para saber cómo calcular las transiciones λ que un nfa puede hacer, es decir, qué estados son alcanzables mediante transiciones λ a partir de un conjunto de estados.

Hacia una formalización de δ^*

- Esto es porque δ en nfas tiene como rango un conjunto de estados.

Hacia una formalización de δ^*

- Para lograr esto definimos la cerradura reflexiva y transitiva de transiciones λ, denotada por λ^* y llamada **cerradura** λ.

Definición formal de λ^*

Definición 3

La *cerradura* λ de un conjunto de estados $\lambda^* : 2^Q \to 2^Q$ se define de la siguiente manera.

$$\lambda^*(\emptyset) = \emptyset, \tag{1}$$

$$\lambda^*(\{q\}) = \{q\} \cup \lambda^*(\delta(q, \lambda)), \tag{2}$$

$$\lambda^*(\{q_1, q_2, \ldots, q_n\}) = \lambda^*(\{q_1\}) \cup \lambda^*(\{q_2, \ldots, q_n\}), n \geq 2. \tag{3}$$

- La Ecuación 1 nos dice que un conjunto vació de estados no puede alcanzar estado alguno, es decir, como resultado es $\emptyset$.

Definición formal de λ^*

Definición 3

La *cerradura* λ de un conjunto de estados $\lambda^* : 2^Q \to 2^Q$ se define de la siguiente manera.

$$\lambda^*(\emptyset) = \emptyset, \tag{1}$$

$$\lambda^*(\{q\}) = \{q\} \cup \lambda^*(\delta(q, \lambda)), \tag{2}$$

$$\lambda^*(\{q_1, q_2, \ldots, q_n\}) = \lambda^*(\{q_1\}) \cup \lambda^*(\{q_2, \ldots, q_n\}), n \geq 2. \tag{3}$$

- La ecuación 2 nos dice que un conjunto de estados con un solo elemento q puede llegar mediante transiciones λ a él mismo o a la cerradura λ del conjunto de estados que son alcanzables desde q por una transición λ.

Definición formal de λ^*

Definición 3

La *cerradura* λ de un conjunto de estados $\lambda^* : 2^Q \to 2^Q$ se define de la siguiente manera.

$$\lambda^*(\emptyset) = \emptyset, \tag{1}$$

$$\lambda^*(\{q\}) = \{q\} \cup \lambda^*(\delta(q, \lambda)), \tag{2}$$

$$\lambda^*(\{q_1, q_2, \ldots, q_n\}) = \lambda^*(\{q_1\}) \cup \lambda^*(\{q_2, \ldots, q_n\}), n \geq 2. \tag{3}$$

- La ecuación 3 expresa que un conjunto de estados de cardinalidad mayor que uno puede alcanzar los estados dados por la cerradura λ de cada uno de sus estados. Nótese que se calculan todos los estados alcanzables sin importar los estados por los que haya que pasar mediante transiciones λ, esto es gracias a la definición recursiva de λ^*.

Definición formal de λ^*

Definición 3

La *cerradura* λ de un conjunto de estados $\lambda^* : 2^Q \rightarrow 2^Q$ se define de la siguiente manera.

$$\lambda^*(\emptyset) = \emptyset, \tag{1}$$

$$\lambda^*(\{q\}) = \{q\} \cup \lambda^*(\delta(q, \lambda)), \tag{2}$$

$$\lambda^*(\{q_1, q_2, \ldots, q_n\}) = \lambda^*(\{q_1\}) \cup \lambda^*(\{q_2, \ldots, q_n\}), n \geq 2. \tag{3}$$

- Observe que si un nfa no contiene transiciones λ por (2) $\lambda^*(\{q\}) = \{q\}$, para todo $q \in Q$.

Ejemplo 4

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.

Solución:

Para q_0 tenemos:

$$\lambda^*(\{q_0\}) \stackrel{2}{=}$$

Ejemplo 4

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.

Solución:

Para q_0 tenemos:

$$\lambda^*(\{q_0\}) \stackrel{2}{=} \{q_0\} \cup \lambda^*(\delta(q_0, \lambda))$$

Ejemplo 4

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.

Solución:

Para q_0 tenemos:

$$\begin{aligned}\lambda^*(\{q_0\}) &\stackrel{2}{=} \{q_0\} \cup \lambda^*(\delta(q_0, \lambda)) \\ &= \{q_0\} \cup \lambda^*(\emptyset)\end{aligned}$$

Ejemplo 4 I

Ejemplo 4

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.

Solución:

Para q_0 tenemos:

$$\begin{aligned}\lambda^*(\{q_0\}) &\overset{2}{=} \{q_0\} \cup \lambda^*(\delta(q_0, \lambda)) \\ &= \{q_0\} \cup \lambda^*(\emptyset) \\ &\overset{1}{=} \{q_0\} \cup \emptyset\end{aligned}$$

Ejemplo 4

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.

Solución:

Para q_0 tenemos:

$$\begin{aligned}\lambda^*(\{q_0\}) &\stackrel{2}{=} \{q_0\} \cup \lambda^*(\delta(q_0, \lambda)) \\ &= \{q_0\} \cup \lambda^*(\emptyset) \\ &\stackrel{1}{=} \{q_0\} \cup \emptyset \\ &= \{q_0\}.\end{aligned} \tag{4}$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\lambda^*(\{q_1\}) \stackrel{2}{=}$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\lambda^*(\{q_1\}) \stackrel{2}{=} \{q_1\} \cup \lambda^*(\delta(q_1, \lambda))$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\begin{aligned}\lambda^*(\{q_1\}) &\stackrel{2}{=} \{q_1\} \cup \lambda^*(\delta(q_1, \lambda))\\ &= \{q_1\} \cup \lambda^*(\{q_2\})\end{aligned}$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\begin{aligned}
\lambda^*(\{q_1\}) &\stackrel{2}{=} \{q_1\} \cup \lambda^*(\delta(q_1, \lambda)) \\
&= \{q_1\} \cup \lambda^*(\{q_2\}) \\
&\stackrel{2}{=} \{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda))
\end{aligned}$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\begin{aligned}
\lambda^*(\{q_1\}) &\stackrel{2}{=} \{q_1\} \cup \lambda^*(\delta(q_1, \lambda)) \\
&= \{q_1\} \cup \lambda^*(\{q_2\}) \\
&\stackrel{2}{=} \{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda)) \\
&= \{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\{q_0\})
\end{aligned}$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\begin{aligned}
\lambda^*(\{q_1\}) &\overset{2}{=} \{q_1\} \cup \lambda^*(\delta(q_1, \lambda)) \\
&= \{q_1\} \cup \lambda^*(\{q_2\}) \\
&\overset{2}{=} \{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda)) \\
&= \{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\{q_0\}) \\
&\overset{4}{=} \{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \{q_0\}
\end{aligned}$$

Ejemplo 4 II

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_1 tenemos:

$$\begin{aligned}
\lambda^*(\{q_1\}) &\stackrel{2}{=}\{q_1\} \cup \lambda^*(\delta(q_1, \lambda)) \\
&=\{q_1\} \cup \lambda^*(\{q_2\}) \\
&\stackrel{2}{=}\{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda)) \\
&=\{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \lambda^*(\{q_0\}) \\
&\stackrel{4}{=}\{q_1\} \cup \{q_2\} \cup \{q_0\} \\
&=\{q_0, q_1, q_2\}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Ejemplo 4 III

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_2 tenemos:

$$\lambda^*(\{q_2\}) \stackrel{2}{=}$$

Ejemplo 4 III

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_2 tenemos:

$$\lambda^*(\{q_2\}) \stackrel{2}{=} \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda))$$

Ejemplo 4 III

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_2 tenemos:

$$\begin{aligned}\lambda^*(\{q_2\}) &\overset{2}{=} \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda)) \\ &= \{q_2\} \cup \lambda^*(\{q_0\})\end{aligned}$$

Ejemplo 4 III

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_2 tenemos:

$$\begin{aligned}
\lambda^*(\{q_2\}) &\stackrel{2}{=} \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda)) \\
&= \{q_2\} \cup \lambda^*(\{q_0\}) \\
&\stackrel{4}{=} \{q_2\} \cup \{q_0\}
\end{aligned}$$

Ejemplo 4 III

Calcule λ^* para los estados q_0, q_1 y q_2 de la Figura 3.
Para q_2 tenemos:

$$\begin{aligned} \lambda^*(\{q_2\}) &\stackrel{2}{=} \{q_2\} \cup \lambda^*(\delta(q_2, \lambda)) \\ &= \{q_2\} \cup \lambda^*(\{q_0\}) \\ &\stackrel{4}{=} \{q_2\} \cup \{q_0\} \\ &= \{q_0, q_2\}. \end{aligned} \tag{6}$$

□

Definición formal de δ^*

Definición 4

Sea $\delta^* : Q \times \Sigma^* \to 2^Q$ definida de la siguiente manera.

$$\delta^*(q, \lambda) = \lambda^*(\{q\}), \tag{7}$$
$$\delta^*(q, wa) = \lambda^*(\delta'(\delta^*(q, w), a)), \tag{8}$$

donde $\delta' : 2^Q \times \Sigma \to 2^Q$ es la extensión de δ para conjuntos de estados definida de la siguiente manera.

$$\delta'(R, a) = \bigcup_{q \in R} \delta(q, a). \tag{9}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\delta^*(q_2, aa) \overset{8}{=}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\delta^*(q_2, aa) \stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a))$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a))\\ &\overset{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a))\end{aligned}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=}\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\overset{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\overset{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\overset{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\overset{5}{=}\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\overset{9}{=}\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \emptyset)
\end{aligned}$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=}\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \emptyset) \\
&=\lambda^*(\{q_1\})
\end{aligned}
$$

Ejemplo 5

Calcule $\delta^*(q_2, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_2, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_2, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_2\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_2\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_2, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=}\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \emptyset) \\
&=\lambda^*(\{q_1\}) \\
&\stackrel{5}{=}\{q_0, q_1, q_2\}.
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\delta^*(q_0, aa) \stackrel{8}{=}$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\delta^*(q_0, aa) \overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a))$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a))\\ &\overset{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a))\end{aligned}$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\overset{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\overset{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a))\\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a))\\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a))\\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a))\\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a))\\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a))\\
&\overset{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a))\\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a))\\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a))
\end{aligned}$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\overset{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\overset{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\overset{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\overset{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\overset{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a))
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&=\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=}\lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\stackrel{9}{=}\lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a)) \\
&=\lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \emptyset)
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$
\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\stackrel{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \emptyset) \\
&= \lambda^*(\{q_1\})
\end{aligned}
$$

Ejemplo 6

Calcule $\delta^*(q_0, aa)$ para el nfa de la Figura 3.

Solución:

$$\begin{aligned}
\delta^*(q_0, aa) &\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, a), a)) \\
&\stackrel{8}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\delta^*(q_0, \lambda), a)), a)) \\
&\stackrel{7}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_0\}), a)), a)) \\
&\stackrel{6}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta'(\{q_0\}, a)), a)) \\
&\stackrel{9}{=} \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\delta(q_0, a)), a)) \\
&= \lambda^*(\delta'(\lambda^*(\{q_1\}), a)) \\
&\stackrel{5}{=} \lambda^*(\delta'(\{q_0, q_1, q_2\}, a)) \\
&\stackrel{9}{=} \lambda^*(\delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \delta(q_1, a) \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \delta(q_2, a)) \\
&= \lambda^*(\{q_1\} \cup \emptyset \cup \emptyset) \\
&= \lambda^*(\{q_1\}) \\
&\stackrel{5}{=} \{q_0, q_1, q_2\}.
\end{aligned}$$

Definición 5

El lenguaje L aceptado por una nfa $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ se define formalmente de la siguiente manera

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : \delta^*(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}.$$

En palabras, el lenguaje consta de todas las cadenas w para las que hay un camino etiquetado w desde el vértice inicial del grafo asociado con el nfa hasta algún vértice final.

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- Es fácil ver en el grafo que la única forma en que el nfa puede detenerse en un estado final es si la entrada es una repetición de la cadena 10 o la cadena vacía.

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- Por tanto, el autómata acepta el lenguaje $L = \{(10)^n : n \geq 0\}$.

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- ¿Qué sucede cuando a este autómata se le presenta la cadena $w = 110$?

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- Después de leer el prefijo 11, el autómata se encuentra en el estado q_2, con la transición $\delta(q_2, 0)$ indefinida.

Ejemplo 7

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- Llamamos a esta situación una **configuración muerta**, y podemos visualizarla como el autómata simplemente deteniéndose sin más acción.

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- Pero siempre debemos tener en cuenta que tales visualizaciones son imprecisas y conllevan algún peligro de mala interpretación. Lo que podemos decir precisamente es que

$$\delta^*(q_0, 110) = \emptyset.$$

Ejemplo 7

Ejemplo 7

¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata en la Figura 2?

- Por lo tanto, no se puede alcanzar un estado final procesando $w = 110$, y por lo tanto la cadena no se acepta. □

¿Por qué el no determinismo? I

- El no determinismo a veces es útil para resolver problemas fácilmente.

¿Por qué el no determinismo? I

- Mire el nfa en la Figura 1.

¿Por qué el no determinismo? I

- Está claro que hay que tomar una decisión.

¿Por qué el no determinismo? I

- La primera alternativa conduce a la aceptación de la cadena a^3, mientras que la segunda acepta todas las cadenas con un número par de as.

¿Por qué el no determinismo? I

- El lenguaje aceptado por el nfa es $\{a^3\} \cup \{a^{2n} : n \geq 1\}$.

¿Por qué el no determinismo? I

- Si bien es posible encontrar un dfa para este lenguaje, el no determinismo es bastante natural.

¿Por qué el no determinismo? I

- El lenguaje es la unión de dos conjuntos bastante diferentes, y el no determinismo nos permite decidir desde el principio qué caso queremos.

¿Por qué el no determinismo? I

- La solución determinista no está tan obviamente relacionada con la definición, por lo que es un poco más difícil de encontrar.

¿Por qué el no determinismo? I

- A medida que avancemos, veremos otros ejemplos más convincentes de la utilidad del no determinismo.

¿Por qué el no determinismo? II

- En la misma línea, el no determinismo es un mecanismo eficaz para describir algunos lenguajes complicados de forma concisa.

¿Por qué el no determinismo? II

- Note que la definición de una gramática involucra un elemento no determinista.

¿Por qué el no determinismo? II

- En
$$S \to aSb|\lambda$$
en cualquier momento podemos elegir entre la primera o la segunda producción.

¿Por qué el no determinismo? II

- Esto nos permite especificar muchas cadenas diferentes usando sólo dos reglas.

¿Por qué el no determinismo? II

- Finalmente, existe una razón técnica para introducir el no determinismo.

¿Por qué el no determinismo? II

- Como veremos, ciertos resultados teóricos se establecen más fácilmente para nfas que para dfas.

¿Por qué el no determinismo? II

- Nuestro siguiente resultado importante indica que no existe una diferencia esencial entre estos dos tipos de autómatas.

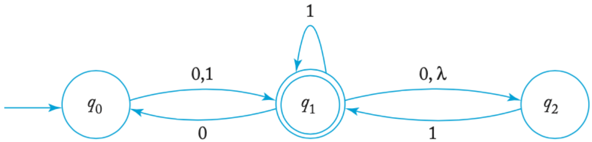
¿Por qué el no determinismo? II

- En consecuencia, permitir el no determinismo a menudo simplifica los argumentos formales sin afectar la generalidad de la conclusión.

Ejercicios I

1. Para el nfa de la Figura 2 calcule $\delta^*(q_0, 1011)$ y $\delta^*(q_1, 01)$.
2. Para el nfa de la Figura 2 calcule $\delta^*(q_0, 1010)$ y $\delta^*(q_1, 00)$.
3. Para el nfa de la Figura 3 calcule $\delta^*(q_0, a)$ y $\delta^*(q_1, \lambda)$.
4. Diseñe un nfa con no más de cinco estados para el conjunto $\{abab^n : n \geq 0\} \cup \{aba^n : n \geq 0\}$.
5. Construya un nfa con tres estados que acepte el lenguaje $\{ab, abc\}^*$.
6. Construya un nfa con tres estados que acepte el lenguaje
$$L = \{a^n; n \geq 1\} \cup \{b^m a^k : m \geq 0, k \geq 0\}.$$
7. Construya un nfa con cuatro estados para
$$L = \{a^n : n \geq 0\} \cup \{b^n a : n \geq 1\}.$$
8. ¿Cuáles de las cadenas 00, 01001, 10010, 000, 0000 son aceptadas por el siguiente nfa?

Ejercicios II



9. Sea L el lenguaje aceptado por el nfa en la Figura 1. Construya un nfa que acepte $L \cup \{a^5\}$.
10. Construya un nfa que acepte $\{a\}^*$ y sea tal que si en su grafo de transición se elimina una sola arista (sin ningún otro cambio), el autómata resultante acepta $\{a\}$.